то сложным отношением этих сомножителей будет, как определенно говорится в теореме 22, $a : e$.

Впрочем, в преобразовании задачи удвоения куба путем нахождения двух средних пропорциональных мы уже имели пример того, как греки пользовались общим образом сложными отношениями: так, непрерывная пропорция

$$a : x = x : y = y : b,$$

выражает у древних абсолютно то же самое, что мы написали бы в виде

$$\frac{a}{b} = \left(\frac{a}{x}\right)^3 \quad \text{или} \quad \frac{b}{a} = \left(\frac{x}{a}\right)^3.$$

Аналогичным образом можно представить еще более высокие степени при помощи первого и последнего членов непрерывной пропорции, т. е. такой пропорции, члены которой образуют геометрическую прогрессию.

Уже во времена Эвклида в этом отношении было известно больше, чем об этом говорится в пятой книге „Начал". Это видно в особенности из предложения IX, 35, где Эвклид определяет сумму членов геометрической прогрессии; содержание этой теоремы можно выразить на языке наших символов следующим образом: если

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d},$$

то

$$\frac{b-a}{a} = \frac{c-b}{b} = \frac{d-c}{c} = \frac{d-a}{a+b+c}.$$

Но теорема эта относится не только к сумме трех последовательных членов прогрессии, — случаю, которым ограничивается Эвклид в своем доказательстве. Так как последнее опирается лишь на теоремы пятой книги, то оно носит всеобщий характер; но Эвклид останавливается на нем на минутку лишь потому, что в следующей теореме, относящейся к теории чисел, ему придется применять его к предложению:

$$1 + 2 + 2^2 + \;.\;.\;. + 2^n = 2^{n+1} - 1.$$

На этот способ представления произведений и степеней мы должны обратить тем большее внимание, что он вплоть до нового времени оставался основой алгебраических исследований, не ограничивающихся рациональными числами, а претендующих на всеобщность.

Теорема V, 24 гласит, что если

$$a : c = d : f$$

и

$$b : c = e : f,$$

то отсюда следует, что

$$(a + b) : c = (d + e) : f.$$